Ueber die

Wärmeleitungsfähigkeit gepresster Salze

nach der Methode des geteilten Stabes.

Inaugural-Dissertation

einer

Hohen philosophischen Fakultät (II. Sektion) der Kgl. Ludwigs-Maximilians-Universität zu München,

zur Erlangung der Doktorwürde

vorgelegt am 24. Januar 1899

von

ANTON WEBER.

MÜNCHEN 1900.
Druck von Seitz & Schauer.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552320_0008

Ueber die

Wärmeleitungsfähigkeit gepresster Salze

nach der Methode des geteilten Stabes.

Inaugural-Dissertation

einer

Hohen philosophischen Fakultät (II. Sektion) der Kgl. Ludwigs-Maximilians-Universität zu München

zur Erlangung der Doktorwürde

vorgelegt am 24. Januar 1899

von

ANTON WEBER.

ACAD. LUDD. BAT. BIBL.

MÜNCHEN 1900.

Druck von Seitz & Schauer.

1. Die Methode.

Die Methode des geteilten Stabes rührt her von Lodge, der sie im Jahre 1878 im Phil. Mag.[1]) publizierte. Sie bezweckt, die Wärmeleitungsfähigkeit solcher Körper zu ermitteln, von denen nur kleine Stücke zu bekommen sind, z. B. von Krystallen.

Im Jahre 1892 wandte Lees[2]) diese Methode an, um die Wärmeleitungsfähigkeit einer Reihe von Krystallen und anderer schlechtleitender Körper festzustellen. Er verbesserte zugleich das Verfahren und die Berechnung.

Die Methode eignet sich ihrer Natur nach nur für schlechte Wärmeleiter. Da nun eine Menge von Salzen als Krystalle schwer herzustellen sind und noch wenige Angaben über die Wärmeleitungsfähigkeit von Salzen vorhanden sind, so habe ich diese Methode benutzt, um Salze in gepresstem Zustande, wo von krystallinischer Struktur keine Rede ist, zu untersuchen.

Die Methode des geteilten Stabes ist kurz folgende. Es wird zunächst ein Metallstab mit regelmässigem Querschnitt auf seine Wärmeleitungsfähigkeit untersucht, indem man den Stab auf einer Seite erwärmt und auf der anderen Seite kühlt und wenn der stationäre Zustand eingetreten ist, an mehreren Stellen die Temperatur misst. Dann wird der Stab in der Mitte senkrecht abgeschnitten und zwischen die beiden Schnittflächen ein Plättchen der zu untersuchenden Substanz gebracht, das den gleichen Querschnitt besitzt, wie der Stab. Aus zwei bis drei Messungen in jeder Hälfte des Stabes lässt sich sodann die Temperatur an den beiden Berührungsflächen zwischen Stab und Plättchen berechnen, sowie die in der Zeiteinheit durch diese Querschnitte fliessende Wärmemenge. Kennt man ausserdem die äussere Wärmeleitungsfähigkeit des

---

[1]) Phil. Mag. (5) vol. 5 p. 110 (1878).

[2]) Phil. Transact. Vol. 183, a. p. 481 (1892).

Randes der Plättchen, was durch Ueberziehen des Randes mit einem Lack von bekannter äusserer Wärmeleitungsfähigkeit geschieht, so ist man im stande, aus diesen Grössen auch die innere Leitfähigkeit der Substanz zu bestimmen.

Die Berechnung zerfällt demnach in drei Abschnitte.

1. Zur Feststellung der inneren Wärmeleitung des ganzen Stabes benutzte Lodge die einfachere Formel für die Temperatur v:

$$v = A \cdot e^{-fx} + B \cdot e^{fx}; \ldots\ldots\ldots 1),$$

worin $f = \sqrt{\frac{ph}{qk}}$ ist. Dabei bedeutet

v den Ueberschuss über die Umgebungstemperatur,
p „ Umfang des Stabes,
q „ Querschnitt des Stabes,
h „ äussern Wärmeleitungskoëffizienten,
k „ innern „ „ .

In dieser Formel ist angenommen, dass h und k bei allen Temperaturen als konstant angesehen werden kann. Lees berücksichtigte bei diesen beiden Grössen noch ein zweites Glied, setzte also

statt h den Ausdruck: $h(1 + bv)$,
„ k „ „ $k(1 + av)$,

um deren Abhängigkeit von deren Temperatur mit in Rechnung zu ziehen.

Die von ihm aufgestellte Differentialgleichung ist:

$$q \frac{d}{dx}\left[k(1 + av)\frac{dv}{dx}\right] = ph\,v(1 + bv).$$

Nach Ausführung der Differentiation wird sie:

$$(1 + av)\frac{d^2v}{dx^2} + a\left(\frac{dv}{dx}\right)^2 = \frac{ph}{qk}v(1 + bv);$$

durch Multiplikation mit $2(1 + av)\frac{dv}{dx}$ entsteht:

$$2(1 + av)^2\frac{d^2v}{dx^2}\frac{dv}{dx} + 2a(1 + av)\left(\frac{dv}{dx}\right)^2\frac{dv}{dx} = 2\frac{ph}{qk}v(1 + bv)(1 + av)\frac{dv}{dx}$$

oder $$\frac{d}{dx}\left[(1 + av)\frac{dv}{dx}\right]^2 = 2\frac{ph}{qk}[v + (a + b)v^2 + ab\,v^3]\frac{dv}{dx}.$$

Daraus erhalten wir durch Integration

$$\left[(1 + av)\frac{dv}{dx}\right]^2 = \frac{ph}{qk}\left(v^2 + 2\frac{a + b}{3}v^3 + \frac{ab}{2}v^4\right) + \text{const.}$$

Bezeichnen wir mit $\frac{dv_0}{dx}$ den Wert, welchen $\frac{dv}{dx}$ für $v = 0$ annimmt, so wird die Gleichung

$$\left[(1+av)\frac{dv}{dx}\right]^2 - \left[\frac{dv_0}{dx}\right]^2 = \frac{ph}{qk} v^2 \left(1 + 2\frac{a+b}{3} v + \frac{ab}{2} v^2\right) \ldots\ldots 2).$$

Diese Gleichung ist mitsamt ihrer Entwicklung aus der Abhandlung von Lees entnommen.

Eine weitere Integration ist umständlich, und Lees gibt einen Weg an, dieselbe zu umgehen.

Für die Versuche mit den Plättchen habe ich die Integration unter Reihenentwicklung ausgeführt. Bei den Versuchen mit dem ganzen Stab würde jedoch die Reihe zu schlecht konvergieren, weil es sich hier um grössere Temperaturunterschiede zwischen den einzelnen Messstellen handelt. Deshalb führte ich die Versuche mit dem ganzen Stab nach der Methode von Lees aus.

Innerhalb geringer Längen des Stabes nämlich, also innerhalb engerer Temperaturgrenzen, entspricht die Formel 1) dem wirklichen Temperaturverlauf so nahe, dass die Abweichungen innerhalb der Grenze der Beobachtungsfehler bleiben. Nur muss dann f als eine empirische Konstante aufgefasst werden, die nicht gleich $\sqrt{\frac{ph}{qk}}$ gesetzt werden darf, und darum nicht direkt zur Bestimmung von k dienen kann. Das f ist auch für verschiedene Stabteile verschieden.

Stellt man jedoch für mehrere Abschnitte des Stabes diese Formeln auf, so geben sie für diese Strecken ausreichend genaue Werte für v und nachdem man sie differenziert, auch für $\frac{dv}{dx}$. Diese können nun in Gleichung 2) eingesetzt und aus derselben der Quotient $\frac{ph}{qk}$, sowie die kleine Konstante a berechnet werden.

2. Einfacher gestaltet sich die Rechnung nach der Teilung des Stabes für jede der beiden Hälften. Hier sind nur die beiden Kurven für die Temperatur und den Wärmeabfall aufzustellen und mit ihrer Hilfe die beiden Temperaturen ϑ_1 und ϑ_2, welche an den Berührungsstellen zwischen Stab und Plättchen herrschen, sowie die durch diese Querschnitte pro Zeit- und Flächeneinheit strömenden Wärmemengen Q_1 und Q_2 zu berechnen. Hiezu benutzt Lees die Formel 1), die hier vollkommen genaue Werte liefert.

Ich habe jedoch einen anderen Weg eingeschlagen, den ich später angeben werde, und bin Lees erst wieder gefolgt, wo es sich um die Aufstellung einer Formel für das Plättchen selbst handelt.

3. Der Temperaturverlauf im Plättchen lässt sich hinreichend genau ausdrücken durch die Formel

$$v = A \cdot e^{fx} + B \cdot e^{-fx};$$

hierin bedeute f den Ausdruck $\sqrt{\frac{ph'}{q\varkappa}}$, worin $\varkappa$ den Wärmeleitungskoëffizienten der Versuchssubstanz vorstellt. p und q haben den gleichen Wert wie beim Stab und h' ist der äussere Wärmeleitungskoëffizient des mit Lack bestrichenen Randes.

Da die Werte von v für $x = 0$ und $x = \xi$ (Dicke des Plättchens) bekannt sind, nämlich ϑ_1 und ϑ_2, so lassen sich die zwei Konstanten A und B bestimmen, und die Gleichung für die Temperatur v lautet dann

$$v = \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1 \cdot e^{-f\xi}}{e^{f\xi} - e^{-f\xi}} \cdot e^{fx} - \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1 \cdot e^{f\xi}}{e^{f\xi} - e^{-f\xi}} e^{-fx}.$$

Durch Differenzieren und Multiplizieren mit $\varkappa$ entsteht die neue Gleichung:

$$\varkappa \frac{dv}{dx} = \frac{\varkappa f}{e^{f\xi} - e^{-f\xi}} \left[(\vartheta_2 - \vartheta_1 \cdot e^{-f\xi}) e^{fx} + (\vartheta_2 - \vartheta_1 e^{f\xi}) e^{-fx} \right].$$

Die linke Seite ist der Ausdruck für die pro Zeit- und Flächeneinheit durch den Querschnitt strömende Wärme und ist für die beiden Endquerschnitte gleich Q_1 und Q_2, d. h. der durch die Endquerschnitte des Metallstabes strömenden Wärme. Für $x = 0$ und $x = \xi$ ergibt also die letzte Gleichung:

$$Q_1 = \frac{\varkappa f}{e^{f\xi} - e^{-f\xi}} \left[2\vartheta_2 - \vartheta_1 (e^{f\xi} + e^{-f\xi}) \right]$$

und

$$Q_2 = \frac{\varkappa f}{e^{f\xi} - e^{-f\xi}} \left[\vartheta_2 (e^{f\xi} + e^{-f\xi}) - 2\vartheta_1 \right].$$

Diese Formeln erlauben noch eine wesentliche Vereinfachung. Entwickelt man die beiden Exponentialgrössen nach steigenden Potenzen des Exponenten, so können die Glieder von der vierten Potenz (incl.) an wegen ihrer Kleinheit weggelassen werden.

Es wird somit, wenn zur Abkürzung

$$\tfrac{1}{6} f^2 \xi^2 = d \text{ gesetzt wird,}$$

$$e^{f\xi} - e^{-f\xi} = 2(1 + d) \text{ und}$$

$$e^{f\xi} + e^{-f\xi} = 2f\xi(1 + 3d).$$

Damit erhalten die zwei vorausgehenden Gleichungen eine kürzere Form und lauten, nach $\varkappa$ aufgelöst,

$$\varkappa = \frac{Q_1 \xi (1 + d)}{\vartheta_2 - \vartheta_1 (1 + 3\,d)}; \quad \varkappa = \frac{Q_2 \xi (1 + d)}{\vartheta_2 (1 + 3\,d) - \vartheta_1}.$$

Die Auflösung nach $\varkappa$ ist nicht vollständig, denn die Grösse

$$d = \tfrac{1}{6} f^2 \xi^2 = \frac{p h'}{q \varkappa} \xi^2$$

enthält noch das $\varkappa$ im Nenner. Da jedoch die beiden Glieder mit d klein sind und auf das Resultat einen geringen Einfluss haben, kann in denselben für $\varkappa$ ein Näherungswert gesetzt werden, der sich aus einer der beiden letzten Gleichungen ergibt, wenn die Glieder mit d unterdrückt werden, also

$$\varkappa' = \frac{Q \xi}{\vartheta_2 - \vartheta_1};$$

Q ist hier das Mittel aus Q_1 und Q_2. Das im Ausdruck für d vorkommende h' ist der äussere Wärmeleitungskoëffizient für die mittlere Temperatur der Plättchen. In meinem Falle ist

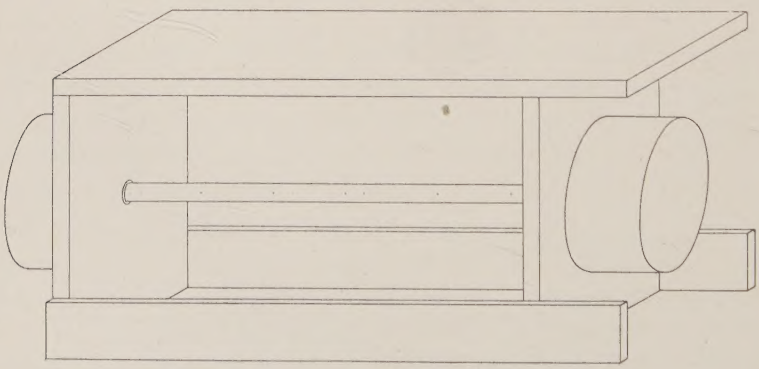
$$d = 0{,}00010 \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{Q}.$$

2. Der Apparat.

Der Stab, welcher für meine Arbeit Verwendung fand, war aus Messing und galvanisch vernickelt. Seine Länge war 50 cm, sein Querschnitt war rund und hatte 1,97 cm im Durchmesser. Mit Hilfe der Teilmaschine und des Mikroskopes wurden 8 Messpunkte darauf markiert, die je 8 cm voneinander abstanden; nur die beiden mittleren waren 1 cm voneinander entfernt.

An beide Enden wurden Gefässe angelötet. Ihre kreisrunde Bodenfläche, in deren Mitte sie am Stab befestigt waren, mass 16 cm im Durchmesser, ihre Höhe betrug 8 cm.

Damit wurde der Stab horizontal in einem Holzgestell befestigt, das 30 cm hoch und ebenso breit war. (Fig.) Die beiden Längsseiten, sowie der Boden waren offen. Pappwände, die sich abnehmen liessen, verhinderten den Luftzug. Die Verlängerung der oberen Wand und der beiden Holzleisten nach rechts diente dazu, den Apparat aufrecht zu stellen, was bei der zweiten Hälfte der Arbeit erwünscht war.



Anfänglich befanden sich das Wärme- und das Kühlgefäss innerhalb der Holzwände, wie bei den Versuchen von Lees. Doch wurde bei dieser Anordnung die Temperatur der Umgebung in der Nähe dieser Gefässe merklich beeinflusst. Ausserdem strahlte die grosse Bodenfläche des Siedegefässes dem Stab Wärme zu und verminderte somit die Wärmeabgabe des Stabes auf der wärmeren Seite.

Deshalb wurde das obige kürzere Holzkästchen angefertigt und die beiden Gefässe kamen ausserhalb der Holzwand zu liegen. Gleichzeitig mussten an beide Enden des Stabes Stücke von ca. 3 cm Länge angelötet werden, damit die den Gefässen zunächst liegenden Messpunkte sich noch innerhalb der Holzwand befanden. Einen Einfluss auf die Berechnung hatten diese Stücke nicht, weil die Wärmekurve nur für das ursprüngliche Stabstück zwischen den beiden äussersten Messpunkten, also für eine Länge von 49 cm, aufgestellt wurde. Eine Messung der Temperatur in den beiden Gefässen war gleichfalls nicht erforderlich. Da Holz ein schlechter Wärmeleiter ist, da ferner die Dicke der Wand 2 cm ausmachte, fand ein störender Einfluss durch die beiden Gefässe nicht mehr statt.

Um den Stab mitsamt Gefässen herausnehmen zu können, wurden die beiden Holzwände mit Einschnitten versehen. Dadurch wurde ein sorgfältiges Blankmachen des Stabes vor jedem Versuch ermöglicht. Die durch die Einschnitte entstandenen Lücken wurden mit den herausgeschnittenen Holzstreifen ausgefüllt.

Die beiden Gefässe wurden mit Wasser gefüllt. Das eine wurde durch Dampf zum Sieden gebracht, der abwechselnd aus zwei Ballons ohne Unterbrechung zuströmte. Das Zuleitungsrohr reichte bis auf den Grund des Wassers, während das Dampfableitungsrohr bloss oben eingesetzt war. Das Wärmegefäss war von Asbestplatten eingehüllt. Die Versuchsdauer wurde jedesmal erst von der Zeit an gerechnet, wo der Dampf in regelmässigem Strome aus dem Abzugsrohr herausdrang. Um ihn von den Instrumenten fern zu halten, wurde er in Kühlwasser geleitet.

Durch das Kühlgefäss floss kaltes Wasser. Zu- und Abflussrohr hatte die gleiche Anordnung wie beim Dampfgefäss. Das Wasser wurde nicht direkt der Wasserleitung entnommen, sondern aus einem grösseren Reservoir von Zimmertemperatur, das seinerseits durch einen Zufluss aus der Wasserleitung auf gleichem Niveau erhalten wurde. Das Thermometer zeigte Schwankungen von höchstens 2^0 im Reservoir während eines Nachmittags. Dagegen waren Schwankungen im Kühlgefäss selbst während eines Versuches nicht wahrzunehmen. Wurden

nämlich im Verlauf einer Viertelstunde mehrere Messungen an der unteren Messstelle vorgenommen, so ergaben sich keine Differenzen, welche die Grenze der Beobachtungsfehler überschritten hätten. Zudem wurden bei jedem Versuch die Messungen wenigstens zweimal vorgenommen, um die Uebereinstimmung zu konstatieren.

Auffällig war die niedrige Temperatur des obersten Messpunktes. Er befand sich in einer Entfernung von $3^1/_2$ cm vom siedenden Wasser (innere Gefässwand). Seine Temperatur betrug, solange der Stab ungeteilt war, durchschnittlich 80^0. Für die Berührungsfläche zwischen Wasser und Messingwand berechnen sich ungefähr 91^0. Die Differenz von 7^0 ist auf die Kalkschicht zurückzuführen, welche sich aus dem sehr kalkhaltigen Wasser der Münchener Wasserleitung an der Innenwand absetzte.

Das gleiche Verhältnis zeigte sich bei den Versuchen von Lees und bei den Versuchen, die ich anstellte, bevor der Stab angestückelt war.

3. Die Messung der Temperaturen.

Zur Temperaturmessung wurde ein Thermoelement verwendet. Es erscheint jedoch ungenügend, das Element nur äusserlich mit dem Stab in Berührung zu bringen, weil an der Oberfläche die Temperatur von der Wärmestrahlung beeinflusst wird. Lees hatte Bohrungen von nur 0,5 mm Tiefe. Bei meinen Versuchen waren die Bohrungen 9 mm tief, reichten also fast bis an die Axe des Stabes. Ihre Weite war 0,9 mm. Viele Versuche und zwar mit verschiedenen Elementen zeigten, dass am obersten Messpunkt die Temperatur um $^1/_{10}$ Grad und mehr zu tief gefunden wurde, wenn das Element weniger tief in das Bohrloch eingesenkt wurde. Je tiefer man es hineinschob, desto höher stieg die Temperatur. Auch kleine Ungenauigkeiten zeigten sich von Einfluss.

Deshalb war das Gelingen der Messungen wesentlich davon abhängig, dass sämtliche Bohrungen gleich tief waren und das Element jedesmal bis auf den Boden hineingeschoben wurde. Ferner mussten vor jedem Versuch die Bohrlöcher sorgfältig von Staub gereinigt werden. Das geschah mit Hilfe des Bohrers, der eigens zur Herstellung der Löcher war angefertigt worden. An einer Marke am Bohrer konnte man beobachten, ob die ganze Bohrung frei lag. Ebenso sorgfältig war darauf zu achten, dass die beiden Drahtenden des Elementes bis zur Spitze isoliert waren.

Das Element wurde aus Eisen- und Konstantendraht hergestellt, der 0,20 bezw. 0,25 mm stark war. Beide Drähte waren mit Wolle übersponnen. Die Isolierung erwies sich für die schwachen Ströme als vollkommen ausreichend. Selbst wenn man die beiden Leitungsdrähte miteinander mehrfach verschlang und aneinander drückte, zeigte sich im Galvanometer keine Aenderung im Ausschlag.

Bei Herstellung des Elementes wurde der isolierende Ueberzug mit dem Messer ein Stück weit abgeschabt, doch so, dass zwischen

dem isolierten und nicht isolierten Teil eine scharfe Grenze war. Noch ehe die Umhüllung an der Grenze sich auflockern konnte, wurden beide Drähte genau zusammengelegt und verlötet. Dann wurden die zwei Enden abgeschnitten, so dass nur eine Länge von $^1/_2$—$^3/_4$ mm über die Isolierung hinausreichte. Von der Spitze weg wurden die Drähte auf die Länge eines Centimeters zusammengewunden.

Eine Beschädigung der Isolierung war dabei ausgeschlossen. Denn für's erste war der Eisendraht, doppelt mit Wolle umwickelt, einmal nach rechts, und die zweite Lage nach links. Ausserdem wurden die Elemente stets bei vollem Tageslicht angefertigt, um die Isolierung genau prüfen zu können. Zur Sicherheit wurde immer nachfolgende Probe gemacht. Das Element wurde mit der Spitze in Eis gebracht und gleich neben der Spitze mit den Fingern erwärmt. Es erfolgte kein Ausschlag.

Die Bohrlöcher wurden durch das Element gerade ausgefüllt und war deshalb ein Zirkulieren der Luft innerhalb der Oeffnung und als Folge davon Abkühlung nicht möglich. Vor jeder Messung wurde das Element untersucht und häufig erneuert, weil beim Einstecken die Isolierung an den scharfen Rändern der Bohrung oft Schaden litt. Diese Friktion fand jedoch bloss an der Aussenseite der Drähte und gegen die Spitze zu statt und war deshalb leicht zu bemerken. Sobald sich Spuren von Abnutzung zeigten, wurde das Element erneuert.

Das Element wurde bei den Messungen der Reihe nach in die verschiedenen Bohrlöcher gebracht. Ursprünglich war für jede Bohrung ein eigenes Element geplant. Weil jedoch im Schaltapparat gern schädliche Ströme auftraten und der Apparat sehr kompliziert wurde, liess ich es bei einem Element bewenden. Zuvor beobachtete ich jedoch, ob durch das Umstecken eines Elementes merkliche Störungen in der Wärmeverteilung stattfänden. Diese Vorversuche sowie die eigentlichen Versuche zeigten keine messbaren Beeinflussungen der Temperatur. Ueberhaupt zeigte sich der Stab, wenn einmal der stationäre Wärmezustand erreicht war, ziemlich unempfindlich gegen schnell vorübergehende Einflüsse, z. B. durch Luftzug. Das Umschalten des Elementes brachte nur das Eine mit sich, dass man etwa eine Minute verstreichen lassen musste, bis das Galvanometer ruhig zeigte.

Die beiden Drähte des Elementes wurden, jeder einzeln, in je ein Gefäss mit Eis geführt, nachdem sie zuerst mit Kupferdraht von 4 mm Dicke zusammengelötet waren. Diese Lötstellen standen also direkt mit dem Eis in Berührung. Es waren jedoch nur die Lötstellen selber frei. Um einer Leitung durch das Wasser und somit Widerstands-

änderung vorzubeugen, wurden die Drahtenden in Paraffinklötzchen eingeschmolzen, welche zugleich den Drähten einen festen Halt gaben und eine bessere Handhabung ermöglichten.

Das Eis wurde zuerst gestossen, dann mit einer Maschine zu Schnee zerrieben. Mit Wasser vermengt, wurde es hierauf in die Gefässe gebracht und unmittelbar vor und bei jeder Messung gerührt. Zu diesem Zwecke wurde an einer eisfreien Stelle ein Holzstück auf- und abgeführt. Dadurch wurde das Eis selber nicht verschoben, aber das zwischen den Eiskryställchen befindliche Wasser stieg und sank abwechselnd und behielt so seine Nulltemperatur. Auf diese Weise konnte ich die Lötstellen genau mit Eis umgeben halten. Steckte man das Element in Wasser von Zimmertemperatur, so blieb das Galvanometer ganz ruhig und zeigte, dass der Eispunkt sicher festgehalten war.

Vom Eis wurden die Kupferdrähte zu Galvanometer nach Deprez geleitet. Zur Dämpfung wurde ein Nebenschluss vom gleichen Kupferdraht verwendet.

Der Widerstand des Galvanometers betrug 6,04 Ohm, der des Nebenschlusses 0,33 Ohm. Der bewegliche Multiplikator war auf Kupferband aufgehängt. Letzteres gab mit dem Kupferdraht der Leitung Thermoströme, wie sich nachweisen liess, wenn man der oberen oder unteren Verbindungsstelle eine Gasflamme näherte. Diese Ströme waren zwar gegen das Element Eisen-Konstanten schwach, kamen aber infolge ihrer Stellung im Stromsystem 90mal stärker zur Geltung als der eigentliche Messstrom. Sie beeinträchtigten die Messung bis zu zwei Skalenteilen, wenn die Zimmertemperatur im Steigen war, oder nach der umgekehrten Richtung, wenn sich das Zimmer abkühlte.

Um diese Fehler zu eliminieren, wurde das Galvanometer mit einer Hülle von Pappe umgeben, welche schädliche Luftströmungen abhielt. Die Versuche wurden ausserdem im ungeheizten Zimmer, bei fast gleichbleibender Temperatur gemacht, und sehr häufig die Nulllage kontrolliert.

Alle anderen Nebenströme, die anfänglich in der Stromleitung entstanden, wurden bei den eigentlichen Versuchen dadurch vermieden, dass die ganze Leitung samt Nebenschluss von dem nämlichen Draht gemacht wurde. Der Kommutator, der schon infolge der Körperwärme Ströme gab, wurde nur bei Aufstellung des Galvanometers verwendet, um die freie Beweglichkeit des Multiplikators beobachten zu können. Bei den Versuchen wurde, wie bei der Aichung, der Ausschlag nur nach der einen Seite hin beobachtet.

Um den Stromkreis öffnen zu können, wurde der Leitungsdraht an einer Stelle aufgeschnitten und unmittelbar nebeneinander in das gleiche Quecksilbernäpfchen gesteckt, damit für beide Kontaktstellen die gleiche Temperatur gesichert war. Aus dem gleichen Grunde wurde diese Unterbrechungsstelle in der Entfernung von 1 m vom Beobachter und 2 m vom Siedegefäss aufgestellt. Die beiden Gasflammen, welche zur Dampferzeugung dienten, standen mit den Kesseln noch weiter weg, und waren überdies durch das Kästchen von den übrigen Apparaten getrennt.

Nach diesen Vorsichtsmassregeln blieben die Ausschläge fehlerfrei und selbst bei Ausschlägen von 400 Skalenteilen stellte sich das Galvanometer mehreremale hintereinander auf $^1/_{10}$ Skalenteil genau ein.

Die Torsion des Kupferdrahtes brachte es mit sich, dass sich die Nulllage jeden Tag in der ersten Stunde um zwei bis drei Skalenteile verschob, und zwar nach der Seite des Ausschlages hin. Dann blieb sie regelmässig stehen oder bewegte sich noch langsam $^1/_2$ Skalenteil vor oder zurück. Ueber Nacht ging die Nulllage fast ganz in die ursprüngliche Stellung zurück. Im Verlaufe von Wochen rückte sie jedoch merklich nach der Seite des Ausschlages hin und musste deshalb einigemale zurückgedreht werden.

Die Ausschläge des Galvanometers wurden mit Hilfe der Tabelle von Kohlrausch auf die Tangente des halben Ausschlagswinkels reduziert und dem Strom proportional gemacht. Die Entfernung des Fernrohrs mit der Skala vom Spiegel betrug 260 cm.

Zur Aichung wurde ein Daniell-Element frisch bereitet und eingeschaltet. Nach einiger Zeit zeigte es einen konstanten Ausschlag von 426,0 Skalenteilen (reduziert). Der Widerstand des Stromkreises betrug 20 000 Ohm. Innerer und Uebergangswiderstand sind dabei vernachlässigt. Der Nebenschluss hatte 1 Ohm Widerstand. Die elektromotorische Kraft des Daniell-Elementes zu 1,1 gerechnet, ging durch das Galvanometer der Strom

$$\mathcal{J} = \frac{1{,}1}{20\,000} \times \frac{6{,}04}{\frac{1}{1{,}00} + \frac{1}{6{,}04}} = 7{,}81 \times 10^{-6} \text{ Amp.}$$

Also zeigt ein Skalenteil-Ausschlag einen Strom an von der Grösse

$$\frac{7{,}81 \times 10^{-6}}{426} = 0{,}0183 \times 10^{-6} \text{ Amp.}$$

Es wurde nun das Thermoelement vorgeschaltet; der Gesamtwiderstand des Stromkreises war 21,96 Ohm, der des Nebenschlusses

wurde auf 0,33 Ohm herabgemindert. Das Element wurde im Dampfrohr auf 98,5° erwärmt. Wenn ε' die elektromotorische Kraft des Elementes bei dieser Temperatur bezeichnet, so ging diesesmal durchs Galvanometer der Strom

$$i = \frac{\varepsilon'}{21{,}91} \times \frac{1}{\frac{6{,}04}{\frac{1}{6{,}04} + \frac{1}{0{,}33}}} = 236 \times 10^{-5} \cdot \varepsilon' \text{ Amp.}$$

Der (reduz.) Ausschlag betrug 579,2 Skalenteile. Also zeigt ein Skalenteil einen Strom an von Ausschlag

$$\frac{236 \times 10^{-5} \times \varepsilon'}{579{,}2} = 4{,}08 \times 10^{-6} \cdot \varepsilon'.$$

Setzt man dieses Resultat dem oben für das Daniell-Element erhaltenen gleich, so berechnet sich

$$\varepsilon' = 0{,}00449 \text{ Volt}$$

und für einen Grad Temperaturdifferenz ergibt sich im Mittel für das Element Eisen-Konstanten

$$\frac{0{,}00449}{98{,}5} \text{ Volt} = 45{,}6 \text{ Mikrovolt.}$$

Die Drähte des Elements waren nicht immer gleich lang. So oft das Element erneuert wurde, bestimmte ich den jedesmaligen Ausschlag für die Siedetemperatur. Er betrug immer zwischen 400 bis 450 Skalenteilen.

Die Kurve des Elementes zwischen 0° bis 100° wurde durch Beobachtung bestimmt. Ein Messinggefäss wurde mit Wasser gefüllt und zum Sieden erhitzt. In den Deckel war ein Messingrohr von 2 cm Stärke eingelötet, das unten verschlossen war. Es diente zur Aufnahme des Elementes und des Thermometers. Beide tauchten in Glycerin. Um eine Abkühlung durch Luft von oben her zu verhindern, wurde das Rohr oben mit Baumwolle verstopft, durch welche Element und Thermometer hindurch reichte. Ein Rührer hielt das Wasser in Bewegung, durch ein weiteres Röhrchen konnte der Dampf entweichen.

Es wurden die Ausschläge bei fallenden und steigenden Temperaturen beobachtet. Aus zwei ganz übereinstimmenden Messungen wurde die vollständigere ausgewählt. Indem ich für je 10 Grad das Mittel nahm, berechnete ich daraus folgende Formel

$$\alpha = 4{,}4655\, t + 0{,}00350\, t^2.$$

Hierin ist α die Anzahl der Skalenteile und t die Temperatur.

In der folgenden Tabelle sind die aus den Messungen berechneten Mittelwerte und die aus der vorstehenden Formel berechneten neben einander gestelllt:

Temp.	α berechnet	α gemessen	Differenz
90	430,2	429,9	— 0,3
80	379,6	379,5	— 0,1
70	329,7	329,5	— 0,2
60	280,5	280,3	— 0,2
50	232,5	232,6	+ 0,1
40	184,2	184,4	+ 0,2
30	137,1	136,6	+ 0,5

4. Die äussere Leitfähigkeit des Stabes.

Der Stab hatte eine blanke Nickeloberfläche. Zur Bestimmung ihrer Wärmeabgabe war schon vorher vom gleichen Stab ein Stück abgeschnitten worden, dessen Länge 25,1 cm war. Um den Wärmeverlust nach den beiden Endflächen hin vernachlässigen zu können, wurden beiderseits 4 cm lange Schwefelstücke angegossen, nachdem zuvor die Enden mit darüber hinaus stehendem Papier umwickelt waren. Eine kleine Schraube, die vorher in der Mitte der Endfläche angebracht wurde, hielt die Schwefelstücke fest.

Mit Hilfe dieser Verlängerungen wurde das Stabstück nach seiner Erwärmung im Kästchen befestigt und zwar in der gleichen Lage, welche der Stab nachher bei den übrigen Versuchen einnahm.

Die Erwärmung geschah langsam durch eine Gasflamme, die nicht allzu weit genähert wurde, damit die Wärme sich möglichst gleichmässig im ganzen Stab verteilte. Auch nach Entfernung der Flamme wurde mit den Messungen noch längere Zeit gewartet, damit sich die Temperatur überall ausgleichen konnte. Zur Messung wurde in der halben Länge des Stabes eine ebensolche Bohrung angebracht, wie sie oben für den längeren Stab beschrieben sind.

Bei der Berechnung des äusseren Wärmeleitungskoëffizienten wurde in Betracht gezogen, dass derselbe nicht konstant ist, sondern mit der Temperatur etwas zunimmt. Er sei

$$h\,(1 + bv)$$

worin v der Ueberschuss über die Temperatur der Umgebung und b eine kleine positive Konstante vorstellt. Es bezeichne ferner

m die Masse des Stabes
c „ spez. Wärme des Stabes
s „ freie Oberfläche
t „ Zeit.

Dann ist die Gleichung, welche ausdrückt, dass die Temperaturabnahme der Wärmeabgabe an die Luft entspricht

$$mc\frac{dv}{dt} + sh(1 + bv)v = 0.$$

Ihre Integration:

$$\frac{1}{v} + b = A \cdot e^{\frac{sh}{cm}t}; \ldots\ldots 1),$$

worin A eine Konstante.

Setzt man die Temperaturen v_1 und v_2, die zur Zeit t_1 und t_2 gemessen sind, in diese Formel ein und dividiert die zwei hieraus entstehenden Gleichungen durcheinander, so verschwindet die Konstante A.

$$\frac{\frac{1}{v_1} + b}{\frac{1}{v_2} + b} = e^{\frac{sh}{cm}(t_2 - t_1)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 2).$$

Nimmt man noch eine dritte Temperatur v_3 zur Zeit t_3 hinzu, doch so, dass $t_3 - t_2 = t_2 - t_1$, so wird

$$\frac{\frac{1}{v_1} + b}{\frac{1}{v_2} + b} = \frac{\frac{1}{v_2} + b}{\frac{1}{v_3} + b} \ldots\ldots\ldots 3),$$

eine Gleichung, woraus b zu finden ist.

Der folgende Versuch (S. 19) ist der mittlere von mehreren nahe übereinstimmenden. Die Messungen wurden in Zeitintervallen von je zwei Minuten vorgenommen. Die Temperatur der Umgebung wurde gemessen an der innern Wand des Kästchens, in der Mitte und zwar in Stabhöhe mit einem in ganze Grade geteilten Thermometer. Sie betrug anfangs 14,1° und sank gleichmässig auf 13,7°. Als Umgebungstemperatur wurde deshalb 13,9° betrachtet.

Mit Hilfe der Gleichung 3) wurde aus einigen weitauseinanderliegenden Messungen die Grösse b berechnet, nämlich

t =	b =
0, 30, 60	0,00306
2, 32, 62	0,00300
4, 34, 64	0,00287

Das Mittel hieraus, $b = 0{,}003$ ist der 4. Kolumne der folgenden Tabelle zu Grunde gelegt.

Die letzte Kolumne enthält die Werte $e^{2\frac{sh}{cm}}$, welche aus Gleichung 2) sich ergeben, wenn

t	v	$\frac{1}{v}$	$\frac{1}{v}+b$	$\frac{\frac{1}{v'}+b}{\frac{1}{v}+b}$
0	73,45	0,01361	0,01661	
2	67,74	1476	1776	1,0692
4	62,46	1601	1901	704
6	57,60	1736	2036	710
8	53,24	1878	2178	697
10	49,17	2034	2334	716
12	45,53	2196	2496	695
14	42,10	2375	2675	717
16	39,12	2556	2856	677
18	36,40	2747	3047	669
20	33,90	2950	3250	666
—	—	—	—	—
24	29,39	3403	3703	674
26	27,35	3656	3956	683
28	25,43	3932	4232	698
30	23,66	4227	4527	697
32	22,06	4533	4833	676
34	20,56	4865	5165	687
36	19,12	5230	5530	709
38	17,77	5627	5927	716
40	16,57	6035	6335	689
—	—	—	—	—
44	14,37	6959	7259	704
46	13,40	7462	7762	693
48	12,59	7942	8242	618
50	11,76	8503	8803	681
52	11,00	9091	9391	668
54	10,30	9709	0,1001	659
56	9,58	0,1043	0,1073	719
58	8,93	0,1120	0,1150	718
60	8,32	0,1202	0,1232	713
62	7,78	0,1285	0,1315	673
64	7,26	0,1377	0,1407	700

unter v_1 und v_2 je zwei aufeinanderfolgende Messungen verstanden werden, wenn also $t_2 - t_1 = 2$ min $= 120$ sec. Das Mittel aus dieser Kolumne ist 1,0690. Hieraus

$$120 \frac{sh}{cm} = \frac{0{,}02898}{\log e};$$

Die Oberfläche $s = 25{,}1 \times 1{,}97 \times \pi$ qcm. Das Gewicht m beträgt 655,5 gr. Die spezifische Wärme für rotes Messing ist $c = 0{,}093$. Also

$$h = \frac{0{,}02898 \times 655{,}5 \times 0{,}093}{\log e \times 120 \times 25{,}1 \times 1{,}97 \times \pi} = 0{,}0002175 \text{ im cm, gr, sec System.}$$

Die von der Nickeloberfläche des Stabes abgegebene Wärme ist also pro qcm und sec:

0,0002175 v (1 + 0,003 v) Calorien.

Da später der Stab lackiert wurde für die Versuche mit den Salzplättchen, so möge gleich hier der analoge Versuch mit dem gleichen Stabstück folgen, nachdem er ebenso wie der längere Stab lackiert war.

Der (S. 21) folgende Versuch ist der zweite von zwei nahe übereinstimmenden. Die Temperatur der Umgebung war diesesmal am Anfang 14,6° und sank auf 14,1°. Als Temperatur der Umgebung wurde deshalb 14,4° betrachtet. Die beiden gesuchten Grössen seien diesesmal mit h' und b' bezeichnet.

b' ergibt sich aus folgenden Messungen:

t	b'
0, 22, 44	0,00420
2, 24, 46	0,00366
0, 14, 28	0,00414
2, 16, 30	0,00330

(Die Temperaturen für $t = 44$ bezw. 46 müssen erst durch Interpolation festgestellt werden.) Das Mittel aus diesen Resultaten ist $b' = 0{,}0038$.

t	v	$\frac{1}{v}$	$\frac{1}{v}+b$	$\frac{\frac{1}{v'}+b}{\frac{1}{v}+b}$
0	73,24	0,01365	0,01745	
2	65,35	1530	1910	1,0945
4	58,42	1712	2092	1,0953
6	52,39	1909	2289	1,0967
8	47,43	2108	2488	1,0869
10	42,90	2333	2713	1,0904
12	38,79	2578	2958	1,0903
14	35,02	2855	3235	1,0936
16	31,72	3152	3532	1,0918
18	28,76	3477	3857	1,0920
20	26,19	3818	4198	1,0884
22	23,74	4212	4592	1,0939
24	21,59	4636	5016	1,0924
26	19,44	5149	5529	1,1023
28	17,88	5593	5973	1,0803
30	16,16	6188	6568	1,0996
—	—	—	—	—
43	9,03	0,1107	0,1145	1,0892
45	8,18	0,1222	0,1260	1,1004
47	7,44	0,1344	0,1382	1,0968

Das Mittel aus der letzten Kolumne ist 1,0930. Auf die gleiche Weise wie beim vorigen Versuch findet man

$$h' = 0{,}0002898$$

und die Wärmeabgabe pro qcm und sec ist

0,0002898 v (1 + 0,0038 v) Calorien.

5. Die innere Wärmeleitung des Stabes.

Bei den Versuchen mit dem ganzen Stab, welche zur Bestimmung seines inneren Wärmeleitungskoëffizienten angestellt wurden, waren zunächst für den Temperaturverlauf im Stabe Gleichungen von der Form

$$v = A \cdot e^{fx} + B\, e^{-fx}$$

zu berechnen, deren jede nur für einen kleineren Teil des Stabes zu gelten hatte.

Es zeigte sich, dass der stationäre Temperaturzustand des Stabes durch zwei solche Formeln befriedigend dargestellt werden konnte.

Stellt man nämlich beim folgenden Versuch für die drei oberen Messpunkte die Formel auf, so findet man, dass durch dieselbe auch die Temperatur des vierten und fünften Messpunktes noch richtig angegeben wird. Für die drei unteren Messstellen wurde eine eigene Formel berechnet, und die Verlängerung der Wärmekurve nach aufwärts zeigt gleichfalls Uebereinstimmung mit den Temperaturen der beiden mittleren Bohrungen, wie die folgende Tabelle zeigt.

Die beiden Formeln sind für die obere Hälfte:

$$v = 66{,}65\, e^{fx} - 1{,}17\, e^{-fx} \qquad 1),$$

für die untere Hälfte:

$$v = 9{,}821\, e^{fx} - 10{,}341\, e^{-fx} \qquad 2).$$

Dabei ist x in der ersten Formel von der obersten Bohrung aus gezählt, bei der zweiten vom untersten Messpunkt an. Die positive Richtung der x ist in beiden Formeln in der Richtung der steigenden Temperatur gewählt.

Der folgende Versuch ist der eine von vier nahe übereinstimmenden:

x	Gemessene Temperatur.	Berechnet nach Formel 1.	Berechnet nach Formel 2.	$\frac{dv}{dx}$
0	65,48	65,48		2,778
8	46,40	46,40		2,042
16	32,35	32,35		1,521
24	21,81	21,80	21,79	1,160
25	20,69	20,67	20,67	1,125
33	12,61		12,61	0,916
41	5,77		5,77	0,808
49	—0,52		—0,52	0,777

Die Abweichung in den beiden mittleren Messstellen zwischen der gemessenen und der berechneten Temperatur fallen in das Gebiet der unvermeidlichen Beobachtungsfehler.

Aus den Gleichungen 1) und 2) lassen sich die beiden Konstanten f und f' berechnen. Es ist

$$f = 0{,}04097 \text{ und } f' = 0{,}03844.$$

Differenziert man dieselben Gleichungen nach x, so erhält man Formeln für $\frac{dv}{dx}$, die innerhalb desselben Bereiches gültig sind:

$$\text{oben } \frac{dv}{dx} = 2{,}730\, e^{+fx} + 0{,}0479\, e^{-fx} \quad \ldots\ldots\ldots 3)$$

$$\text{unten } \frac{dv}{dx} = 0{,}3795\, e^{f'x} + 0{,}3975\, e^{-f'x} \quad \ldots\ldots\ldots 4).$$

Die hieraus berechneten Werte für $\frac{dv}{dx}$ sind in die obige Tabelle mit aufgenommen.

Aus Formel 4) ergibt sich auch der Wert

$$\frac{dv_0}{dx} = 0{,}6036.$$

Dieser, sowie die Werte für v und $\frac{dv}{dx}$ lassen sich in die längere Gleichung 2) (Seite 5) einsetzen und aus derselben können dann die Unbekannten $\frac{ph}{qk}$ und a berechnet werden. Die Methode der kleinsten Quadrate ergibt die Werte: $\frac{ph}{qk} = 0{,}00164$

$$a = 0{,}0015.$$

Die erwähnte Gleichung nach $\frac{ph}{qk}$ aufgelöst, lautet

$$\frac{ph}{qk} = \frac{\left[(1+av)\frac{dv}{dx}\right]^2 - \left[\frac{dv_0}{dx}\right]^2}{v^2\left(1+2\frac{a+b}{3}v+\frac{ab}{2}v^2\right)}; \ldots\ldots 5).$$

Setzt man hierin $a = 0{,}0015$, so erhält man die folgender Werte:

v	Zähler (5)	Nenner (5)	$\frac{ph}{qk}$
65,48	8,703	5170,0	0,00168
46,40	3,952	2463,0	160
32,35	1,939	1150,0	169
21,81	0,831	507,3	164
21,69	0,741	455,1	163
12,61	0,267	165,1	162
5,77	0,060	33,87	[17]
—0,52	0,0003	0,270	[11]

Die zwei unteren Werte in der letzten Kolumne bleiben, wie bei Lees, ausser Betracht, wegen der Kleinheit der Differenzen im Zähler.

$$0{,}664 - 0{,}6036$$

und $0{,}6039 - 0{,}6036$,

wo nur die ungenauen Stellen übrig bleiben. Das Mittel aus den sechs ersten Zahlen ist

$$0{,}00164.$$

Hieraus

$$k = \frac{ph}{0{,}00164\,q} = 0{,}269\,\frac{\text{gr}}{\text{cm sec}}.$$

Die Temperatur der Umgebung bei diesem Experiment war 14,0°. Also ist der innere Wärmeleitungskoëffizient des Stabes:

$$k = 0{,}269\,[1 + 0{,}0015\,(t - 14)].$$

Hierin ist t die Temperatur über 0°.

J. Neumann[1]) findet für Messing bei ca. 15° 0,3020
Berget[2]) bei etwas über 0° 0,261
Lorenz[3]) bei 0° 0,2460.

Die Messungen dieses Versuches wurden vorgenommen, nachdem das Wasser im Siedegefäss schon zwei Stunden ununterbrochen im Sieden begriffen war. Regelmässig war nach einer Stunde schon der stationäre Zustand eingetreten.

[1]) Annales de chim. et phys. (3) 66, 1862. [2]) Journ. de phys. (2) 9, p. 135, 1890.
[3]) Wied. Ann. 13, p. 422, 1881.

6. Versuche mit dem geteilten Stab.

Der Stab wurde nun zwischen den mittleren Messpunkten auseinandergeschnitten. Um die Schnittflächen senkrecht zur Achse zu bekommen, wurde er an der Drehbank abgedreht und eben gefeilt. Die beiden Hälften wurden zur Probe senkrecht aufeinander gestellt und balancierte das obere Stück samt Gefäss frei auf dem unteren. Mit einer feinen Feile wurden dann beide Schnittflächen solange bearbeitet, bis man dazwischen nicht mehr durchsehen konnte. Ein Lineal, das ringsherum angelegt wurde, zeigte, dass sich beide Stabhälften in gerader Linie befanden.

Die obere Schnittfläche war 0,40 cm von der nächsten Bohrung entfernt, die untere 0,36 cm. Die Befestigung der beiden Hälften im Kästchen geschah mit je drei Flügelschrauben. Dieselben waren am Boden der Gefässe angelötet, reichten durch die Holzwand und wurden innerhalb durch die Schraubenmutter festgehalten. Zwei sehr flache Keile, die zwischen Wand und Gefäss angebracht waren, gaben dem Stab die richtige Lage.

Bei den Versuchen erwies sich jedoch diese Befestigung als ungenügend. Die Stösse, welche der ins Wärmegefäss eintretende Dampf hervorbrachte, bewirkten keine Verschiebungen zwischen den Stabhälften und dem Salzplättchen. Deshalb mussten noch innerhalb des Kästchens zwei Holzstützen angebracht werden. Diese erhielten ihren Platz 10 cm weit von der Mitte entfernt, so dass die beiden Stücke des Stabes, soweit sie zu den folgenden Messungen benutzt wurden, von allen Seiten frei waren.

Dadurch blieben die Schnüre erspart, mit welchen Lees die inneren Enden des Stabes in der richtigen Lage festhielt. Sie mussten gerade neben den entscheidenden Stellen angebracht werden, und konnten vielleicht an der oberen Seite die Wärmeleitung alterieren.

Nach Anbringung der Holzstützen behielten das eingepresste Plättchen und die beiden inneren Stabenden ihre genau richtige Lage. Dieselbe wurde vor jedem Versuch, beim Beginn der Messung, und dann vor dem Auseinandernehmen geprüft.

Zur Sicherung eines vollkommenen Kontaktes zwischen Plättchen und Stabenden wurden letztere mit Quecksilber unter Zuhilfenahme von Salzsäure amalgamiert. Lodge hatte nur Staniol als Kontaktmittel verwendet. Lees erklärte dasselbe für ungenügend und ersetzte es durch Quecksilber. Um die Zuverlässigkeit des Kontaktes zu prüfen, wurden Vorversuche gemacht. Die beiden Schnittflächen wurden mit reichlich adhärierendem Quecksilber aneinander gebracht und durch Zusammendrücken das überflüssige Quecksilber entfernt. Nachdem die Temperatur stationär geworden, wurde sie an den beiden mittleren Stellen gemessen. Die Temperaturdifferenz war 0,86 Grad, als Mittel von drei Versuchen ($0{,}89^0$, $0{,}84^0$, $0{,}86^0$). Bei der Messung, die mit dem ungeteilten Stab war angestellt worden, betrug die Differenz 1,12 Grad. Nachdem die Entfernung zwischen beiden Punkten statt des früheren 1,00 cm infolge des Abdrehens nur mehr 0,76 cm betrug, so berechnet sich daraus die neue Differenz zu $1{,}12 \times \frac{0{,}76}{1{,}00} = 0{,}85$ cm, was mit den obigen Messungen genügend übereinstimmt. Das Quecksilber stellt also einen vollkommenen Kontakt her.

Lees berichtet, dass bei seinen Versuchen das Quecksilber mit der Zeit so stark in das Messing eindrang, dass die Entfernung der beiden Messpunkte ständig zunahm. Ich konnte keine solche Zunahme konstatieren. Das beruht wohl darauf, dass ich die beiden Schnittflächen häufig mit Schmirgelpapier abrieb, um die oft von den Salzplättchen zurückbleibenden und fest anhaftenden Verunreinigungen zu entfernen.

Für die Versuche mit den Plättchen wurde der Stab mitsamt den eingelegten Salzscheibchen lackiert, um eine gleichmässig die Wärme abgebende Oberfläche zu gewinnen. Es wurde deshalb auch die äussere Wärmeleitung des lackierten Stabes bestimmt, wie oben angegeben. Das hiezu verwendete Stabstück erhielt hiebei die gleiche Lage wie der Hauptstab. Auch die beiden Holzstützen waren schon angebracht.

Die Versuche mit den Salzen wurden in folgender Weise angestellt. Das Kästchen mit dem Stab wurde senkrecht aufgestellt, das Kühlgefäss nach unten. Die untere Stabhälfte blieb stets unverrückt, die obere Hälfte wurde losgemacht. Nachdem die Kontaktflächen gereinigt und mit Schmirgelpapier blank gerieben waren, wurden dieselben mit Salzsäure bestrichen und an allen Stellen frisch amalgamiert.

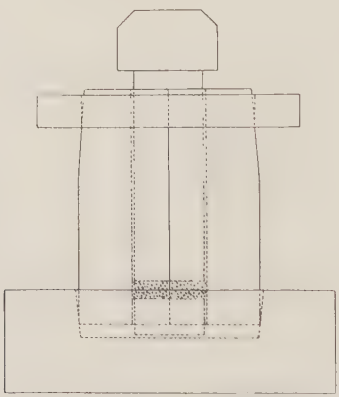
Dann wurde auf die untere Kontaktfläche reichlich Quecksilber gebracht, dessen Oberfläche einen reinen Spiegel bilden musste. Etwaige Unreinheiten wurden mit Salzsäure entfernt. Um das Versuchsplättchen gut auflegen zu können, wurde das untere Stabende mit Papier umwickelt, das ca. 2 cm darüber hinausstand. Es hielt das Plättchen fest und das Quecksilber, das nun auf das Plättchen gegossen wurde. Darauf wurde die andere Stabhälfte herabgesenkt, die an ihrer Kontaktfläche gleichfalls einen tadellosen Quecksilberspiegel zeigen musste. Dann wurden die oberen Schrauben mässig angezogen und das überschüssige Quecksilber ausgepresst. Die Papierumwicklung gab dem oberen Stab eine feste Führung und bewirkte, dass die Flächen exakt aufeinander standen. Wenn der Kontakt ohne Fehler hergestellt war, dann zeigte sich rings an den Berührungsstellen eine silberglänzende Linie. War dieselbe unterbrochen, so zeigte sie eine schlecht verbundene Stelle an. Es wurde nun auf mehreren Seiten das Lineal angelegt und die gerade Richtung des Stabes festgestellt bezw. korrigiert.

Hierauf wurde das Kästchen umgelegt und der Zufluss von Dampf und kaltem Wasser reguliert. Die Zeit, wann der Dampf anfing, aus dem Siedegefässe zu entweichen, wurde als Beginn des Versuches betrachtet. Nach einer Stunde war die Temperatur stationär und nach anderthalb Stunden wurden die Messungen vorgenommen, indem einmal von oben nach unten, dann von unten nach oben gegangen wurde. Anfangs, in der Mitte und am Ende einer jeden Messung wurde die Nulllage beobachtet.

7. Die Herstellung der Salzplättchen.

Es wurden zur Messung nichthygroskopische Salze gewählt, um die Messungen nicht infolge der Luftfeuchtigkeit unsicher zu machen. Auch in Alkohol durften die Salze nicht löslich sein, weil der Lack, mit dem sie am Rande bestrichen wurden, in Alkohollösung aufgetragen wurde.

Zur Pressung wurde ein starkwandiger, gusseiserner Cylinder verwendet. Er war der Länge nach in zwei gleiche Hälften geteilt, welche genau zusammenpassten und oben und unten fest zusammengehalten wurden. Sie wurden unten gemeinsam in ein Bodenstück eingefügt, welches etwas konisch verlaufende Wände hatte. Durch kräftiges Hineinpressen erhielten die beiden Teile einen festen Halt. Oben wurden sie durch einen Eisenring zusammengehalten, der über das gleichfalls konische Aeussere der beiden Hälften festgeschlagen wurde.



Das Innere wurde genau in der Dicke des Stabes ausgedreht. Der untere Abschluss des Innenraumes wurde durch ein Stahlklötzchen erreicht, das so exakt hineinpasste, dass niemals Salzteilchen zwischen

dieses Klötzchen und die Wand eindrangen. Ebenso genau passte der Stahlstempel, welcher von oben mit Hilfe der Schraubenpresse hineingedrückt wurde, nachdem eine passende Menge Salzes in den Cylinder gebracht war.

Die meisten Salze liessen sich leicht zu glänzenden Plättchen pressen mit scharf ausgeprägten Rändern, die selbst beim Hinunterfallen keine Beschädigung zeigten. Nur einige Salze, wie Bleisulfat, liessen sich nicht pressen oder bröckelten an den Rändern ab. Solche Salze wurden nicht benutzt.

Die Quecksilbersalze wurden bei dem Drucke an der Oberfläche reduziert. Es kamen kleine Tröpfchen Quecksilber zum Vorschein.

Nach dem Pressen wurden die Ränder lackiert, und wenn der Lack trocken war, wurde durch Polieren entfernt, was über den Rand hinausgekommen war. Die beiden Oberflächen wurden mit feinem Schmirgelpapier matt poliert und planparallel gemacht. Die Dickenunterschiede betrugen nach dem Pressen bis zu 1%. Durch Messen an mehreren Stellen wurde gleiche Dicke hergestellt und geprüft.

Bei jedem Salz wurden wenigstens drei Versuche gemacht, die miteinander nahe übereinstimmten.

8. Die zur Berechnung eingeschlagene Methode.

Für die Versuche mit den Salzen wollte ich die Gleichung 2) (Seite 5) vollständig integrieren. Praktisch hatte das zur Folge, dass ich in jeder Stabhälfte nur zwei Temperaturen zu messen brauchte, während Lees deren drei bedurfte. Ich wählte hiefür die beiden der Mitte zunächst liegenden Messpunkte.

Scheidet man in der genannten Gleichung die Variabeln, so nimmt sie folgende Gestalt an:

$$fx = \int \frac{(1 + av)\,dv}{\sqrt{m + v^2 + \beta v^3 + \gamma v^4}}, \quad \ldots\ldots\ldots 6),$$

wo zur Abkürzung gesetzt ist:

$$m = \frac{1}{f^2}\left[\frac{dv_0}{dx}\right]^2$$

$$\beta = 2\,\frac{a + b}{3}$$

$$\gamma = \frac{ab}{2}.$$

Die Integration soll unter Reihenentwicklung ausgeführt werden. Diese Entwicklung macht aber die Einführung einer neuen Variabeln t notwendig, die der Gleichung $v = v_1 + t$ entspricht. Hierin ist v_1 die jeweilige Temperatur der unteren Messstelle in jeder Stabhälfte. Dann wird die Gleichung

$$fx = \int \frac{(1 + av_1 + at)\,dt}{\sqrt{M + At + Bt^2 + Ct^3 + \gamma t^4}} \quad \ldots\ldots\ldots 7).$$

Hierin ist

$$M = m + v_1^2 + \beta v_1^3 + \gamma v_1^4$$
$$A = 2v_1 + 3\beta v_1^2 + 4\gamma v_1^3$$
$$B = 1 + 3\beta v_1 + 4\gamma v_1^2$$
$$C = \beta + 4\gamma v_1.$$

Fasst man unter der Wurzel die zwei letzten Glieder zusammen, so bleiben sie stets viel kleiner als die drei übrigen, solange nicht t einen sehr grossen Wert erhält. Bei meinen Versuchen war t nie grösser als 10^0. Der Wurzelausdruck kann also nach steigenden Potenzen von $(Ct^3 + \gamma t^4)$ in eine konvergente Reihe entwickelt werden, und zwar genügt es, die Reihe bis zum zweiten Glied fortzuführen:

$$fx = \int \frac{(1 + av_1 + at)\,dt}{R} - \frac{1}{2}\int \frac{(1 + av_1 + at)\,(Ct^3 + \gamma t^4)\,dt}{R^3} \ldots 8).$$

Hierin ist zur Abkürzung $R = \sqrt{M + At + Bt^2}$ gesetzt. Das dritte Glied wäre

$$+\frac{3}{8}\int \frac{(1 + av_1 + at)\,(Ct^3 + \gamma t^4)^2\,dt}{R^5}.$$

Dieses Glied bleibt bei meinen Versuchen stets unter 0,00006, in der kälteren Stabhälfte unter 0,00005 bei einem durchschnittlichen Wert von 0,3780 für fx. Es kann also wegbleiben.

Führt man im zweiten Glied der Reihe 8 die Multiplikation im Zähler aus, wobei $(1 + av_1)$ als ein Faktor betrachtet wird, so entstehen Teilglieder, von denen nur das erste zu berücksichtigen ist. Die folgenden erreichen zusammen ebenfalls nicht den Wert 0,00006 und gleichen sich überdies, weil negativ, gegen das positive, weggelassene dritte Hauptglied aus. Die Gleichung lautet nun:

$$9) \ldots\ldots fx = (1 + av_1)\int \frac{dt}{R} + a\int \frac{t\,dt}{R} - \frac{(1 + av_1)\,C}{2}\int \frac{t^3\,dt}{R^3}.$$

Die Integration von 0 bis t und von x_1 bis x_2 ergibt

$$f(x_2 - x_1) = \frac{1 + av_1}{\sqrt{B}} \text{ log. nat. } P + \frac{a}{B}\left[R - \sqrt{M} - \frac{A}{\sqrt{B}} \text{ log. nat. } P\right]$$

$$- \frac{(1 + av_1)\,C}{2}\int_0^t \frac{t^3\,dt}{R^3}; \ldots\ldots 10)$$

$$\text{hierin } P = \frac{\frac{A}{2} + Bt + R\sqrt{B}}{\frac{A}{2} + \sqrt{MB}}.$$

Die Integration des letzten Gliedes würde in dieser Form auf einen weitläufigen Ausdruck führen. Eine Potenzreihenentwicklung von R lässt sich nach steigenden Potenzen von $\frac{Bt^2}{M + At}$ mit Nutzen ausführen, wenn dieser Quotient < 1 ist. Bei meinen Versuchen ist er

nie grösser als 0,05. Nachdem das ganze dritte Glied der Reihe 10 niemals grösser ist als 0,0016, so kann schon das zweite Glied seiner Entwicklung weggelassen werden. Es ist also zu integrieren:

$$L = \frac{(1 + a v_1)\, C}{2} \int \frac{t^3\, dt}{\sqrt{(M + At)^3}}.$$

Bezeichnet man mit z den Ausdruck $\frac{1 + At}{M}$, so wird das Integral

$$L = \frac{(1 + a v_1)\, C \sqrt{M^5}}{A^4 \sqrt{z}} \left(\frac{1}{5} z^3 - z^2 + 3z + 1 - 3{,}2 \sqrt{z} \right).$$

Damit ist die Gleichung integriert, soweit zu den folgenden Versuchen erforderlich ist.

Es wird nun zunächst die Konstante M zu berechnen sein. Sie ergibt sich in erster Annäherung bis auf etwa $1^1/_2$ Prozent genau, wenn in Gleichung 10 auf der rechten Seite nur der erste Ausdruck in Rechnung gezogen wird. Wenn x_1 und x_2 die beiden Messpunkte und t ihre Temperaturdifferenz bedeuten, so lautet die Näherungsgleichung:

$$8 f = \frac{1 + a v_1}{\sqrt{B}} \text{ log. nat. } P.$$

Die Gleichung lässt sich nach M auflösen. Sie gibt dafür zwei Werte. Der eine davon ist negativ und deshalb unbrauchbar, weil $M \geqq 0$. Die Lösung ist also eindeutig. Es bezeichne M' den erhaltenen Näherungswert und $M = M' + \delta$ sei der genaue Wert. Setzt man diese Summe statt M in die Gleichung 10 ein und entwickelt nach dem Taylor'schen Lehrsatz, so ergibt sich ein Ausdruck für die Korrektion δ. Die Entwicklung ist jedoch nur beim ersten Gliede rechts notwendig. Bei den folgenden kann wegen ihrer Kleinheit M' statt M gesetzt werden. Auch höhere Potenzen von δ als die erste sind nicht zu berücksichtigen; also:

$$8 f = \frac{1 + a v_1}{\sqrt{B}} \text{ log. nat. } P' + \delta \cdot \frac{d}{dM} \left(\frac{1 + av}{\sqrt{B}} \text{ log. nat. } P \right) + \varphi - \psi$$

P' hat hierin den entsprechenden Wert für M'; φ und ψ sind das zweite und dritte Glied in Gleichung 10, berechnet für $M = M'$.

Die linke Seite hebt sich gegen das erste Glied rechts, weil wir daraus M' berechnet haben, und zur Berechnung von δ bleibt folgende Gleichung:

$$\frac{\psi - \varphi}{\delta} = \frac{(1 + a v_1)}{2} \left[\frac{1}{R \left(\frac{A}{2} + Bt + R\sqrt{B} \right)} - \frac{1}{\left(\frac{A}{2} + \sqrt{MB} \right) \sqrt{M}} \right].$$

Hieraus berechnet sich δ sehr einfach, weil die hier vorkommenden Klammerausdrücke schon aus der vorausgehenden Rechnung bekannt sind. Somit ist die Konstante M berechnet.

Es können nun aus Gleichung 10 die Temperaturen ϑ_1 und ϑ_2 berechnet werden, welche an den Berührungsstellen zwischen Stab und Salzplättchen herrschen. Bezeichnet t_1 und t_2 die relativen Temperaturen von der dem Salzplättchen zunächstliegenden Messstelle aus, so bleiben diese Werte stets unter $^1/_4$ Grad und deshalb braucht in Gleichung 10 rechts nur das erste Glied berücksichtigt zu werden. Die Formel für die untere Stabhälfte muss jedoch zuerst auf den oberen Messpunkt umgerechnet werden. Gleichung 10 nach t aufgelöst lautet

$$t = \pm \frac{\left[y\left(\frac{A}{2} + \sqrt{MB}\right) - \frac{A}{2}\right]^2 - MB}{2B \times y\left(\frac{l}{2} + \sqrt{MB}\right)};$$

Das Zeichen — gilt für die obere, + für die untere Stabhälfte. Hierin ist für oben

$$y = e^{-\frac{0{,}36 f \sqrt{B}}{1 + a v_1}};$$

für unten

$$y = e^{+\frac{0{,}40 f \sqrt{B}}{1 + a v_1}}.$$

Das f stellt den Wert $\sqrt{\frac{ph}{qk}}$ dar. h ist der S. 21 berechnete äussere Wärmeleitungskoöffizient für den lackierten Stab = 0,0002898; das k bedarf einer näheren Erörterung. Der Wert 0,269 gilt für die Temperatur 14°. Hier aber stellt k den inneren Wärmeleitungskoëffizienten für die jeweilige Temperatur der Umgebung dar. Auf dieser Voraussetzung beruht Gleichung 2 (S. 5); sonst müsste dort das Korrektionsglied a mit einer anderen Temperatur multipliziert werden als b. k ist also gleichzusetzen

$$= 0{,}269\ [1 + 0{,}0015\ (v_0 - 14^0)];$$

v_0 bedeutet hier die Temperatur der Umgebung.

Ausser der Temperatur an den Kontaktflächen ist noch die Intensität des Wärmestromes an diesen Stellen zu kennen erforderlich. Durch Differenzieren der Gleichung 8 (S. 31) und Multiplizieren mit k entsteht die Formel:

$$Q = k\frac{dt}{dx} = \frac{fk}{1 + av_1 + at}\sqrt{M + At + Bt^2 + Ct^3 + \gamma t^4}.$$

Wegen der Kleinheit von t kann im Nenner at wegbleiben. Ebenso sind in der Klammer die zwei letzten Glieder zu vernachlässigen, wie die obige Potenzreihenentwicklung zeigt. Die Formel für Q lautet dann einfacher:

$$Q = \frac{fk}{1 + av_1}\sqrt{M + At + Bt^2};$$

t ist hier gleichfalls von dem Messpunkt an gerechnet, welcher dem Plättchen zunächst liegt.

Nachdem die Werte ϑ_1 und ϑ_2, Q_1 und Q_2 berechnet sind, kann die Wärmeleitungsfähigkeit $\varkappa$ des Plättchens aus den von Lees entwickelten und oben (S. 7) angegebenen Formeln

$$\varkappa_1 = \frac{Q_1 \xi (1 + d)}{\vartheta_2 - \vartheta_1 (1 + 3d)},$$

$$\varkappa_2 = \frac{Q_2 \xi (1 + d)}{\vartheta_2 (1 + 3d) - \vartheta_1}$$

berechnet werden. $\varkappa$ ist das Mittel aus $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$. Das in den beiden Ausdrücken vorkommende d ist gleichfalls nach Lees bestimmt.

Es ist

$$d = 0{,}00010 \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{Q} \xi;$$

Q ist das Mittel aus Q_1 und Q_2.

9. Die Beobachtungen.

Im folgenden sind die Versuche mit den einzelnen Salzen aufgeführt. Die dabei vorkommenden Buchstaben sind:

ξ = die Dicke des Versuchsplättchens in Centimeter,

μ = Temperatur der Umgebung,

v_1 und v_2 = die beiden gemessenen Temperaturen (in jeder Stabhälfte),

M = die bisherige Integrationskonstante,

ϑ = die Temperatur an der Berührungsfläche bezw. Stab und Plättchen,

Q = die Intensität des Wärmestroms der Berührungsfläche bezw. Stab und Plättchen,

$\varkappa$ = der berechnete Wärmeleitungskoëffizient, und zwar zuerst einzeln für jede Stabhälfte, dann das Mittel daraus.

Bei den Versuchen mit Jodblei, Quecksilberbromür und oxalsaurem Eisenoxydul ist in der kälteren Stabhälfte die Konstante für den oberen Messpunkt berechnet und mit M' bezeichnet.

1. Fluorblei

$\xi = 0{,}214$ cm $\qquad$ $\mu = 12{,}4$

Obere Hälfte	Untere Hälfte
$v_1 = 35{,}38$ $\quad$ $v_2 = 29{,}72$	$v_1 = 5{,}53$ $\quad$ $v_2 = 12{,}4$
$M = 81{,}642$	$M = 45{,}338$
$\vartheta = 29{,}58$ $\quad$ $Q = 0{,}1077$	$\vartheta = 5{,}69$ $\quad$ $Q = 0{,}1073$
$\varkappa = 0{,}0009523$	$\varkappa = 0{,}0009689$
Mittel: $\varkappa = 0{,}000961$	

2. Chlorblei

$\xi = 0{,}386$ cm $\mu = 13{,}3$

Obere Hälfte	Untere Hälfte
$v_1 = 36{,}95$ $v_2 = 32{,}36$	$v_1 = 1{,}87$ $v_2 = 0{,}18$
$M = 31{,}571$	$M = 18{,}729$
$\vartheta = 32{,}27$ $Q = 0{,}06358$	$\vartheta = 1{,}96$ $Q = 0{,}06056$
$\varkappa = 0{,}0007783$	$\varkappa = 0{,}0007887$
Mittel: $\varkappa = 0{,}000784$	

3. Bromblei

$\xi = 0{,}220$ cm $\mu = 12{,}0$

Obere Hälfte	Untere Hälfte
$v_1 = 36{,}38$ $v_2 = 31{,}27$	$v_1 = 2{,}88$ $v_2 = 0{,}70$
$M = 52{,}402$	$M = 30{,}313$
$\vartheta = 31{,}16$ $Q = 0{,}08440$	$\vartheta = 3{,}00$ $Q = 0{,}07943$
$\varkappa = 0{,}0006435$	$\varkappa = 0{,}0006224$
Mittel: $\varkappa = 0{,}000633$	

4. Jodblei

$\xi = 0{,}403$ cm $\mu = 16{,}2$

Obere Hälfte	Untere Hälfte
$v_1 = 35{,}36$ $v_2 = 31{,}35$	$v_1 = 0{,}83$ $v_2 = -0{,}38$
$M = 18{,}559$	$M = 10{,}829$ NB!
$\vartheta = 31{,}28$ $Q = 0{,}04729$	$\vartheta = 0{,}89$ $Q = 0{,}04210$
$\varkappa = 0{,}0005941$	$\varkappa = 0{,}0005749$
Mittel: $\varkappa = 0{,}000584$	

5. Bleioxyd

$\xi = 0{,}221$ cm $\mu = 13{,}8$

Obere Hälfte	Untere Hälfte
$v_1 = 35{,}59$ $v_2 = 29{,}78$	$v_1 = 5{,}83$ $v_2 = 2{,}91$
$M = 89{,}760$	$M = 49{,}459$
$\vartheta = 29{,}63$ $Q = 0{,}1133$	$\vartheta = 5{,}99$ $Q = 0{,}1125$
$\varkappa = 0{,}001046$	$\varkappa = 0{,}001060$
Mittel: $\varkappa = 0{,}00105$	

6. Chlorsilber.

$\xi = 0{,}532$ cm $\mu = 10{,}2$

Obere Hälfte	Untere Hälfte
$v_1 = 36{,}41$ $v_2 = 31{,}09$	$v_1 = 4{,}52$ $v_2 = 2{,}24$
$M = 61{,}176$	$M = 29{,}945$
$\vartheta = 30{,}97$ $Q = 0{,}09172$	$\vartheta = 4{,}65$ $Q = 0{,}08653$
$\varkappa = 0{,}001784$	$\varkappa = 0{,}001791$
Mittel: $\varkappa = 0{,}00179$	

7. Quecksilberchlorür.

$\xi = 0{,}205$ cm $\mu = 14{,}4$

Obere Hälfte	Untere Hälfte
$v_1 = 34{,}25$ $v_2 = 27{,}64$	$v_1 = 7{,}08$ $v_2 = 3{,}39$
$M = 146{,}82$	$M = 79{,}221$
$\vartheta = 27{,}44$ $Q = 0{,}1475$	$\vartheta = 7{,}26$ $Q = 0{,}1400$
$\varkappa = 0{,}001484$	$\varkappa = 0{,}001431$
Mittel: $\varkappa = 0{,}00146$	

8. Quecksilberbromür.

$\xi = 0{,}538$ cm $\mu = 16{,}0$

Obere Hälfte	Untere Hälfte
$v_1 = 36{,}34$ $v_2 = 31{,}52$	$v_1 = 1{,}10$ $v_2 = -0{,}96$
$M = 40{,}833$	$M' = 30{,}882$ NB!
$\vartheta = 31{,}42$ $Q = 0{,}07383$	$\vartheta = 1{,}20$ $Q = 0{,}07078$
$\varkappa = 0{,}001254$	$\varkappa = 0{,}001289$
Mittel: $\varkappa = 0{,}00127$	

9. Kupfersulfid.

$\xi = 0{,}406$ cm $\mu = 14{,}8$

Obere Hälfte	Untere Hälfte
$v_1 = 34{,}64$ $v_2 = 28{,}86$	$v_1 = 5{,}37$ $v_2 = 2{,}49$
$M = 92{,}385$	$M = 49{,}194$
$\vartheta = 28{,}71$ $Q = 0{,}1154$	$\vartheta = 5{,}53$ $Q = 0{,}1100$
$\varkappa = 0{,}001976$	$\varkappa = 0{,}001955$
Mittel: $\varkappa = 0{,}00196$	

10. Nickelcarbonat.

$\xi = 0{,}273$ cm $\mu = 13{,}6$

Obere Hälfte	Untere Hälfte
$v_1 = 34{,}24$ $v_2 = 28{,}41$	$v_1 = 5{,}06$ $v_2 = 1{,}99$
$M = 95{,}832$	$M = 57{,}597$
$\vartheta = 28{,}26$ $Q = 0{,}1178$	$\vartheta = 5{,}23$ $Q = 0{,}1153$
$\varkappa = 0{,}001376$	$\varkappa = 0{,}001378$
Mittel: $\varkappa = 0{,}00138$	

11. Zinkoxyd.

$\xi = 0{,}214$ cm $\mu = 12{,}7$

Obere Hälfte	Untere Hälfte
$v_1 = 33{,}70$ $v_2 = 27{,}06$	$v_1 = 7{,}70$ $v_2 = 4{,}06$
$M = 150{,}13$	$M = 75{,}433$
$\vartheta = 26{,}86$ $Q = 0{,}1493$	$\vartheta = 7{,}91$ $Q = 0{,}1407$
$\varkappa = 0{,}001636$	$\varkappa = 0{,}001599$
Mittel: $\varkappa = 0{,}00162$	

12. Magnesia usta.

$\xi = 0{,}354$ $\mu = 14{,}5$

Obere Hälfte	Untere Hälfte
$v_1 = 36{,}00$ $v_2 = 30{,}74$	$v_1 = 2{,}98$ $v_2 = 0{,}52$
$M = 60{,}844$	$M = 39{,}30$
$\vartheta = 30{,}62$ $Q = 0{,}09187$	$\vartheta = 3{,}11$ $Q = 0{,}08920$
$\varkappa = 0{,}001153$	$\varkappa = 0{,}001165$
Mittel: $\varkappa = 0{,}00116$	

13. Kieselsaure Magnesia.

$\xi = 0{,}393$ cm $\mu = 15{,}1$

Obere Hälfte	Untere Hälfte
$v_1 = 36{,}34$ $v_2 = 31{,}74$	$v_1 = 1{,}78$ $v_2 = 0{,}00$
$M = 33{,}829$	$M = 21{,}202$
$\vartheta = 31{,}65$ $Q = 0{,}06665$	$\vartheta = 1{,}87$ $Q = 0{,}06330$
$\varkappa = 0{,}0008475$	$\varkappa = 0{,}0008529$
Mittel: $\varkappa = 0{,}000850$	

14. Calciumphosphat.

$\xi = 0{,}198$ cm $\mu = 14{,}3$

Obere Hälfte	Untere Hälfte
$v_1 = 33{,}16$ $v_2 = 27{,}46$	$v_1 = 4{,}06$ $v_2 = 1{,}05$
$M = 93{,}522$	$M = 57{,}918$
$\vartheta = 27{,}31$ $Q = 0{,}1164$	$\vartheta = 4{,}22$ $Q = 0{,}1106$
$\varkappa = 0{,}0009883$	$\varkappa = 0{,}0009540$
Mittel: $\varkappa = 0{,}000971$	

15. Oxalsaures Eisenoxydul.

$\xi = 0{,}425$ cm $\mu = 17{,}5$

Obere Hälfte	Untere Hälfte
$v_1 = 34{,}98$ $v_2 = 29{,}96$	$v_1 = 1{,}51$ $v_2 = -0{,}78$
$M = 53{,}983$	$M = 38{,}580$ NB!
$\vartheta = 29{,}85$ $Q = 0{,}08651$	$\vartheta = 1{,}63$ $Q = 0{,}07943$
$\varkappa = 0{,}001264$	$\varkappa = 0{,}001217$
Mittel: $\varkappa = 0{,}00124$	

Es möge noch ein Versuch folgen mit einem Glasplättchen.

16. Glas.

$\xi = 0{,}124$ cm $\mu = 14{,}0$

Obere Hälfte	Untere Hälfte
$v_1 = 31{,}76$ $v_2 = 23{,}96$	$v_1 = 10{,}68$ $v_2 = 5{,}59$
$M = 259{,}62$	$M = 149{,}30$
$\vartheta = 23{,}70$ $Q = 0{,}1993$	$\vartheta = 10{,}97$ $Q = 0{,}1995$
$\varkappa = 0{,}001935$	$\varkappa = 0{,}001948$
Mittel: $\varkappa = 0{,}00194$	

10. Zusammenstellung.

In der folgenden Tabelle sind die Resultate nach fallendem $\varkappa$ zusammengestellt:

(Glas)	(0,00194)	Magnesia usta	116
Kupfersulfid	0,00196	Bleioxyd	105
Chlorsilber	179	Calciumphosphat	0,000971
Zinkoxyd	162	Fluorblei	961
Quecksilberchlorür	146	Kieselsaures Magnesia	850
Nickelcarbonat	138	Chlorblei	784
Quecksilberbromür	127	Bromblei	633
Oxalsaures Eisenoxydul	124	Jodblei	584.

Von theoretischem Interesse sind die Versuche mit den Bleihalogenen, die mit steigendem Molekulargewicht eine Abnahme von $\varkappa$ zeigen:

Fluorblei	0,000961	Bromblei	0,000633
Chlorblei	784	Jodblei	584

Auch das Quecksilberbromür hat ein kleineres $\varkappa$ als das Quecksilberchlorür:

Quecksilberchlorür	0,00146
Quecksilberbromür	0,00127.

Das legt die Vermutung nahe, dass in Salzen allgemein bei gleichem elektropositiven Bestandteil die Wärmeleitung abnimmt, wenn der elektronegative Bestandteil schwerer wird.

Weitere Regelmässigkeiten lassen sich wegen Mangels an geeignetem Material nicht beobachten.

Ich habe noch die angenehme Pflicht, den Herren Professoren E. v. Lommel, z. Z. Rector magnificus, und L. Grätz, sowie Herrn Dr. Fomm meinen Dank auszusprechen für die vielfachen Ratschläge, die sie mir im Verlauf der Arbeit in liebenswürdigster Weise erteilt haben.

München, 24. Januar 1899.

Physikalisches Institut der Universität.